统计学原理(Statistic)

胡华平

西北农林科技大学

经济管理学院数量经济教研室

huhuaping01@hotmail.com

2021-05-26

第七章 指数

7.1 基本概述

指数概念

指数分类

指数编制中的问题

指数概念：含义

指数(index number)：最早起源于测量物价的变动，是测定多项内容数量综合变动的相对数。

- 指数的实质是测定多项内容。

> 例如，零售价格指数反映的是零售市场几百万种商品价格变化的整体状况

- 指数的表现形式为动态相对数。

> 既然是动态相对数，就涉及到指标的基期对比，不同要素基期的选择就成为指数方法需要讨论的问题。

编制指数的方法就是围绕上述两个问题展开的

指数分类A

按考察对象可以分为:

- 个体指数：反映单一项目的变量变动。

> 如一种商品的价格或销售量的变动

- 总指数：反映多个项目变量的综合变动。

> 如多种商品的价格或销售量的综合变动

指数分类B

按计算形式可以分为:

- 简单指数(simple index number)：计入指数的各个项目的重要性视为相同。
- 加权指数(weighted index number)：计入指数的项目依据重要程度赋予不同的权数

指数分类C

按指标性质可以分为:

- 数量指数：反映物量变动水平。

> 如产品产量指数、商品销售量指数等

- 质量指数:反映事物内含数量的变动水平。

> 如价格指数、产品成本指数等

7.2 总指数编制方法

简单指数

加权指数

指数编制中的问题

- 选择项目：选择代表规格品
- 确定权数：利用已有的信息构造权数；主观权数
- 计算方法：确定适当的方法

简单指数

- 简单综合指数

$$I_p = \frac{\sum p_1}{\sum p_0}; \quad I_q = \frac{\sum q_1}{\sum q_0}$$

- 简单平均指数

$$I_p = \frac{\sum \frac{p_1}{p_0}}{n}; \quad I_q = \frac{\sum \frac{q_1}{q_0}}{n}$$

加权指数：同度量因素

同度量因素”：指把不能相加的指标过渡为可以相加的因素。

> 例如，社会商品零售价格总指数，单价不能简单相加，以商品销售量为同度量因素，过渡为商品销售额。

同度量因素”作用：

- 同度量作用
- 权数作用

$$\text{商品销售额} = \text{商品销售量} \times \text{价格}$$
$$\text{工业总产值} = \text{工业总产量} \times \text{价格}$$

加权指数：同度量因素

"同度量因素"的确定，可以通过如下方法：

1. 根据现象之间的联系确定同度量因素
   - 计算数量指数时，应以相应的质量为同度量因素
   - 计算质量指数时，应以相应的物量为同度量因素
2. 确定同度量因素的所属时期
   - 可以都是基期，也可以都是报告期
   - 使用不同时期的同度量因素，计算结果和意义不同
   - 取决于计算指数的预期目的

加权指数

加权综合指数(weighted aggregative index number)：是通过加权来测定一组项目的综合变动。

根据权数不同，有不同的计算公式：

- 拉氏指数(Laspeyres index)：数量指数和质量指数
- 帕氏指数(Paasche Laspeyres index)：数量指数和质量指数

加权指数：拉氏综合指数

拉氏综合指数：1864年德国学者拉斯贝尔斯(Laspeyres)提出的一种价格指数计算方法。

该方法在计算一组商品综合指数时，把权数固定在基期（0期）。

具体计算公式为：

- 拉氏数量指数：

$$I_{q(L)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{1i}p_{0i}}{\sum_{i=1}^{n} q_{0i}p_{0i}}$$

- 拉氏质量指数：

$$I_{p(L)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{0i}p_{1i}}{\sum_{i=1}^{n} q_{0i}p_{0i}}$$

> 其中：
> - I_q代表数量指数； I_p代表质量指数； (L)代表拉氏计算方法。
> - 0表示基期水平； 1表示报告期水平； $i \in (1, 2, \cdots, n)$表示商品。

案例说明：某企业生产三种不同的产品，报告期和基期的产量和出厂价格如下表所示。

企业生产信息表

产品名称	单位	产量q_0	产量q_1	价格p_0	价格p_1
甲	吨	3,000	3,600	2,000	2,200
乙	千米	400	420	3,600	4,000
丙	千块	4	5	4,000	4,000

请使用拉氏公式分别计算该企业总产值的数量指数 I_q和质量指数 I_p?

拉氏数量指数计算表

产品名称	单位	产量q_0	产量q_1	价格p_0	价格p_1	q_1p_0	q_0p_0
甲	吨	3,000	3,600	2,000	2,200	7,200,000	6,000,000
乙	千米	400	420	3,600	4,000	1,512,000	1,440,000
丙	千块	4	5	4,000	4,000	20,000	16,000
合计	-					8,732,000	7,456,000

根据拉氏数量综合指数的计算方法，以及上述计算表，可得到：

$$I_{q(L)} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} q_{1i}p_{0i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} q_{0i}p_{0i}} = \frac{8732000}{7456000} = 1.1711 = 117.11\%$$

因为产品产量增加，使得产值增加了117.11%，实现了产值增加额

$\Delta_q(L) = 8732000 - 7456000 = 1276000$

（案例）企业产品综合指数：拉氏质量指数

拉氏质量指数计算表

产品名称	单位	产量q_0	产量q_1	价格p_0	价格p_1	q_0p_1	q_0p_0
甲	吨	3,000	3,600	2,000	2,200	6,600,000	6,000,000
乙	千米	400	420	3,600	4,000	1,600,000	1,440,000
丙	千块	4	5	4,000	4,000	16,000	16,000
合计	-					8,216,000	7,456,000

根据拉氏质量综合指数的计算方法，以及上述计算表，可得到：

$$I_{p(L)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{0i}p_{1i}}{\sum_{i=1}^{n} q_{0i}p_{0i}} = \frac{8216000}{7456000} = 1.1019 = 110.19\%$$

因为产品出厂价格变动，使得产值增加了110.19%，实现了产值增加额

$\Delta_p(L) = 8216000 - 7456000 = 760000$

加权指数：帕氏综合指数

拉氏综合指数：1874年德国学者帕煦(Pasche)所提出一种指数计算方法。

该方法在计算一组商品综合指数时，把权数固定在报告期（1期）。

具体计算公式为：

- 帕氏数量指数：

$$I_{q(P)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{1i} p_{1i}}{\sum_{i=1}^{n} q_{0i} p_{1i}}$$

- 帕氏质量指数：

$$I_{p(P)} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_{1i} p_{1i}}{\sum_{i=1}^{n} q_{1i} p_{0i}}$$

> 其中：
>
> - I_q代表数量指数；　I_p代表质量指数；　(P)代表拉氏计算方法。
> - 0表示基期水平；　1表示报告期水平；　$i \in (1, 2, \cdots, n)$表示商品。

帕氏数量指数计算表

产品名称	单位	产量q_0	产量q_1	价格p_0	价格p_1	q_1p_1	q_0p_1
甲	吨	3,000	3,600	2,000	2,200	7,920,000	6,600,000
乙	千米	400	420	3,600	4,000	1,680,000	1,600,000
丙	千块	4	5	4,000	4,000	20,000	16,000
合计	-					9,620,000	8,216,000

根据帕氏数量综合指数的计算方法，以及上述计算表，可得到：

$$I_{q(P)}=\frac{\sum_{i=1}^{n}q_{1i}p_{1i}}{\sum_{i=1}^{n}q_{0i}p_{1i}}=\frac{9620000}{8216000}=1.1709=117.09\%$$

因为产品产量增加，使得产值增加了117.09%，实现了产值增加额
$\Delta_q(P)=9620000-8216000=1404000$

（案例）企业产品综合指数：帕氏质量指数

帕氏质量指数计算表

产品名称	单位	产量q_0	产量q_1	价格p_0	价格p_1	q_1p_1	q_1p_0
甲	吨	3,000	3,600	2,000	2,200	7,920,000	7,200,000
乙	千米	400	420	3,600	4,000	1,680,000	1,512,000
丙	千块	4	5	4,000	4,000	20,000	20,000
合计	-					9,620,000	8,732,000

根据帕氏质量综合指数的计算方法，以及上述计算表，可得到：

$$I_{p(P)}=\frac{\sum_{i=1}^{n}q_{1i}p_{1i}}{\sum_{i=1}^{n}q_{1i}p_{0i}}=\frac{9620000}{8732000}=1.1017=110.17\%$$

因为产品出厂价格变动，使得产值增加了110.17%，实现了产值增加额

$\Delta_p(L)=9620000-8732000=888000$

加权指数：拉氏和帕氏指数对比

拉氏数量指数： $I_{q(L)} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} q_{1i}p_{0i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} q_{0i}p_{0i}}$

拉氏质量指数： $I_{p(L)} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} q_{0i}p_{1i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} q_{0i}p_{0i}}$

帕氏数量指数： $I_{q(P)} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} q_{1i}p_{1i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} q_{0i}p_{1i}}$

帕氏质量指数： $I_{p(P)} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} q_{1i}p_{1i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} q_{1i}p_{0i}}$

加权指数：加权平均指数

加权平均指数：是指以某一时期的总量指标为权数对个体指数进行加权平均得到的相对数。具体又分为加权算数平均指数和加权调和平均指数。

- 个体指数：包括个体数量指数 $k_q(i)=\frac{q_{1i}}{q_{0i}}$；以及个体质量指数 $k_p(i)=\frac{p_{1i}}{p_{0i}}$。
- 加权数：

A. 加权数通常是两个有内在联系变量间的乘积。例如：

- 商品销售额(销售价格与销售量的乘积)；
- 农产品总产量(单位面积产量与收获面积的乘积)

B. 加权数可以是同期变量的乘积，也可以混合时期变量的乘积：

- $f_{00}=q_{0i}p_{0i}$;　$f_{11}=q_{1i}p_{1i}$
- $f_{01}=q_{0i}p_{1i}$;　$f_{10}=q_{1i}p_{0i}$

$$
\boldsymbol{I}_{q(L)} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q}_{1i}\boldsymbol{p}_{0i})}{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{0i})} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\boldsymbol{q}_{1i}}{\boldsymbol{q}_{0i}}\right)\cdot(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{0i})\right]}{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{0i})} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{k}_{q_i}\cdot\boldsymbol{f}_{00})}{\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{f}_{00}} = \boldsymbol{A}_{q(L)}
$$

其中：

- A_q代表加权算数平均数量指数；　A_p代表加权算数平均质量指数；　(L)代表拉氏计算方法。
- k_q表示个体数量指数；　k_p表示个体质量指数。
- 0表示基期水平；　1表示报告期水平；　$i \in (1, 2, \cdots, n)$表示商品。
- $f_{00} = q_{0i}p_{0i}$表示权重

加权指数：加权算数平均指数B（拉氏质量）

$$
\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{p}(L)} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{1i})}{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{0i})}
= \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\boldsymbol{p}_{1i}}{\boldsymbol{p}_{0i}}\right)\cdot(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{0i})\right]}{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{0i})}
= \frac{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{k}_{p_i}\cdot\boldsymbol{f}_{00})}{\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{f}_{00}} = \boldsymbol{A}_{p(L)}
$$

其中：

- A_q代表加权算数平均数量指数；A_p代表加权算数平均质量指数；(L)代表拉氏计算方法。
- k_q表示个体数量指数；k_p表示个体质量指数。
- 0表示基期水平；1表示报告期水平；$i \in (1, 2, \cdots, n)$表示商品。
- $f_{00} = q_{0i}p_{0i}$表示权重

加权指数：加权算数平均指数C（帕氏数量）

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{I_{q(P)}} &= \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q_{1i}p_{1i}})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q_{0i}p_{1i}})} \\
&= \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\boldsymbol{q_{1i}}}{\boldsymbol{q_{0i}}}\right)\cdot(\boldsymbol{q_{0i}p_{1i}})\right]}{\sum\limits_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q_{0i}p_{1i}})} \\
&= \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(\boldsymbol{k_{q_i}}\cdot\boldsymbol{f_{01}})}{\sum\limits_{i=1}^{n}\boldsymbol{f_{01}}} = \boldsymbol{A_{q(P)}}
\end{aligned}
$$

其中：

- A_q代表加权算数平均数量指数；　A_p代表加权算数平均质量指数；　(P)代表帕氏计算方法。
- k_q表示个体数量指数；　k_p表示个体质量指数。
- 0表示基期水平；　1表示报告期水平；　$i \in (1, 2, \cdots, n)$表示商品。
- $\boldsymbol{f_{01}} = q_{0i}p_{1i}$表示权重

加权指数：加权算数平均指数D（帕氏质量）

$$I_{p(P)} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(q_{1i}p_{1i})}{\sum_{i=1}^{n}(q_{1i}p_{0i})} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{p_{1i}}{p_{0i}}\right)\cdot(q_{1i}p_{0i})\right]}{\sum_{i=1}^{n}(q_{1i}p_{0i})} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(k_{p_i}\cdot f_{10})}{\sum f_{10}} = A_{p(P)}$$

其中：

- A_q代表加权算数平均数量指数；A_p代表加权算数平均质量指数；(P)代表帕氏计算方法。
- k_q表示个体数量指数；k_p表示个体质量指数。
- 0表示基期水平；1表示报告期水平；$i \in (1, 2, \cdots, n)$表示商品。
- $f_{10} = q_{1i}p_{0i}$表示权重

加权指数：加权算数平均指数（小结）

基于个体指数计算加权算数平均指数的情形

计算类别	指数类别	序号	公式代号	个体指数k	权重f
加权算数	数量指数	A	$A_q(L)$	k_q	f_{00}
加权算数	质量指数	B	$A_P(L)$	k_p	f_{00}
加权算数	数量指数	C	$A_q(P)$	k_q	f_{01}
加权算数	质量指数	D	$A_p(P)$	k_p	f_{10}

> 其中：
> - A_q代表加权算数平均数量指数； A_p代表加权算数平均质量指数； (L)代表拉氏计算方法； (P)代表帕氏计算方法。
> - k_q表示个体数量指数； k_p表示个体质量指数。
> - 0表示基期水平； 1表示报告期水平； $i \in (1, 2, \cdots, n)$表示商品。
> - 权重 $f_{00}, f_{01}, f_{11}, f_{10}$。例如 $f_{10} = q_{1i}p_{0i}$。

（案例）情景A：基于个体产量指数计算拉氏数量指数(数据)

案例A说明：某企业生产三种不同的产品，基期产值 q_0p_0和个体产量指数 k_q如下表所示。

案例情景A（数据表）

产品名称	单位	基期产值q_0p_0	个体产量指数k_q
甲	吨	6,000,000	1.20
乙	千米	1,440,000	1.05
丙	千块	16,000	1.25

请分析并计算由于产品产量变动，带来的企业总产值变动的指数？

（案例）情景A：基于个体产量指数计算拉氏数量指数(解答)

案例A解答：因为案例仅仅给出了基期产值 q_0p_0和个体产量指数 k_q，因此需要使用拉氏加权算数平均数量指数公式 $A_q(L)$。

产品名称	单位	基期总产值$f_{00}=q_0p_0$	个体产量指数k_q	k_q*f_{00}
甲	吨	6,000,000	1.20	7,200,000
乙	千米	1,440,000	1.05	1,512,000
丙	千块	16,000	1.25	20,000
合计	-	7,456,000	NA	8,732,000

$$\boldsymbol{A}_{q(L)}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\boldsymbol{q}_{1i}}{\boldsymbol{q}_{0i}}\right)\cdot(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{0i})\right]}{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{0i})}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{k}_{q_i}\cdot\boldsymbol{f}_{00})}{\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{f}_{00}}=\frac{8732000}{7456000}=1.1711=117.11\%$$

因为产品产量增加，使得产值增加了117.11%，实现了产值增加额

$\Delta_q(L)=8732000-7456000=1276000$

（案例）情景B：基于个体价格指数计算拉氏质量指数(数据)

案例B说明：某企业生产三种不同的产品，基期产值 q_0p_0和个体价格指数 k_p如下表所示。

案例情景B（数据表）

产品名称	单位	基期产值q_0p_0	个体价格指数k_p
甲	吨	6, 000, 000	1.10
乙	千米	1, 440, 000	1.11
丙	千块	16, 000	1.00

请分析并计算由于产品价格变动，带来的企业总产值变动的指数？

(案例)情景B：基于个体价格指数计算拉氏质量指数(解答)

案例B解答：因为案例仅仅给出了基期产值 q_0p_0和个体产量指数 k_p，因此需要使用拉氏加权算数平均质量指数公式 $A_p(L)$。

产品名称	单位	基期产值$f_{00}=q_0p_0$	个体价格指数k_p	k_p*f_{00}
甲	吨	6, 000, 000	1. 10	6, 600, 000
乙	千米	1, 440, 000	1. 11	1, 600, 000
丙	千块	16, 000	1. 00	16, 000
合计	-	7, 456, 000	NA	8, 216, 000

$$\boldsymbol{A}_{p(L)}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\boldsymbol{p}_{1i}}{\boldsymbol{p}_{0i}}\right)\cdot(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{0i})\right]}{\sum\limits_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{0i})}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(\boldsymbol{k}_{p_i}\cdot\boldsymbol{f}_{00})}{\sum\limits_{i=1}^{n}\boldsymbol{f}_{00}}=\frac{8216000}{7456000}=1.1019=110.19\%$$

因为产品出厂价格变动，使得产值增加了110. 19%，实现了产值增加额 $\Delta_p(L)=8216000-7456000=760000$

(案例)情景C：基于个体产量指数计算帕氏数量指数(数据)

案例C说明：某企业生产三种不同的产品，记录了 q_0p_1和个体产量指数 k_q如下表所示。

案例情景C(数据表)

产品名称	单位	q_0p_1	个体产量指数k_q
甲	吨	6,600,000	1.20
乙	千米	1,600,000	1.05
丙	千块	16,000	1.25

请分析并计算由于产品产量变动，带来的企业总产值变动的指数？

(案例)情景C：基于个体产量指数计算帕氏数量指数(解答)

案例C解答：因为案例仅仅给出了 q_0p_1和个体产量指数 k_q，因此需要使用帕氏加权算数平均数量指数公式 $A_q(P)$。

产品名称	单位	$f_{01}=q_0p_1$	个体产量指数k_q	$k_q * f_{01}$
甲	吨	6,600,000	1.20	7,920,000
乙	千米	1,600,000	1.05	1,680,000
丙	千块	16,000	1.25	20,000
合计	-	8,216,000	NA	9,620,000

$$\boldsymbol{A_{q(P)}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\boldsymbol{q_{1i}}}{\boldsymbol{q_{0i}}}\right)\cdot(\boldsymbol{q_{0i}p_{1i}})\right]}{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q_{0i}p_{1i}})}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{k_{q_i}}\cdot\boldsymbol{f_{01}})}{\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{f_{01}}}=\frac{9620000}{8216000}=1.1709=117.09\%$$

因为产品产量增加，使得产值增加了117.09%，实现了产值增加额

$$\Delta_q(P)=9620000-8216000=1404000$$

（案例）情景D：基于个体价格指数计算帕氏数量指数(数据)

案例D说明：某企业生产三种不同的产品，以及 q_1p_0和个体价格指数 k_p如下表所示。

案例情景D（数据表）

产品名称	单位	q_1p_0	个体价格指数k_p
甲	吨	7,200,000	1.10
乙	千米	1,512,000	1.11
丙	千块	20,000	1.00

请分析并计算由于产品价格变动，带来的企业总产值变动的指数？

（案例）情景D：基于个体价格指数计算帕氏数量指数(解答)

案例D解答：因为案例仅仅给出了 q_1p_0和个体产量指数 k_p，因此需要使用帕氏加权算数平均质量指数公式 $A_p(P)$。

产品名称	单位	$f_{10}=q_1p_0$	个体价格指数k_p	k_p*f_{10}
甲	吨	7,200,000	1.10	7,920,000
乙	千米	1,512,000	1.11	1,680,000
丙	千块	20,000	1.00	20,000
合计	-	8,732,000	NA	9,620,000

$$\boldsymbol{A_{p(P)}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\boldsymbol{p_{1i}}}{\boldsymbol{p_{0i}}}\right)\cdot(\boldsymbol{q_{1i}p_{0i}})\right]}{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q_{1i}p_{0i}})}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{k_{p_i}}\cdot\boldsymbol{f_{10}})}{\sum\boldsymbol{f_{10}}}=\frac{9620000}{8732000}=1.1017=110.17\%$$

因为产品出厂价格变动，使得产值增加了110.17%，实现了产值增加额

$\Delta_p(P)=9620000-8732000=888000$

加权指数：加权调和平均指数6（拉氏数量）

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{I_{q(L)}} &= \frac{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q_{1i}p_{0i}})}{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q_{0i}p_{0i}})} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q_{1i}p_{0i}})}{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\boldsymbol{q_{0i}}}{\boldsymbol{q_{1i}}}\right)\cdot(\boldsymbol{q_{1i}p_{0i}})\right]} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{f_{10}}}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\boldsymbol{k_{q_i}}}\cdot\boldsymbol{f_{10}}\right)} = \boldsymbol{H_{q(L)}}
\end{aligned}
$$

其中：

- H_q代表加权调和平均数量指数； H_p代表加权调和平均质量指数； (L)代表拉氏计算方法。
- k_q表示个体数量指数； k_p表示个体质量指数。
- 0表示基期水平； 1表示报告期水平； $i \in (1, 2, \cdots, n)$表示商品。
- $\boldsymbol{f_{10}} = q_{1i}p_{0i}$表示权重

加权指数：加权调和平均指数9（拉氏质量）

$$
\boldsymbol{I}_{\boldsymbol{p}(L)} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{1i}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{0i}\right)}
= \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{1i}\right)}{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\boldsymbol{p}_{0i}}{\boldsymbol{p}_{1i}}\right)\cdot\left(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{1i}\right)\right]}
= \frac{\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{f}_{01}}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\boldsymbol{k}_{p_i}}\cdot\boldsymbol{f}_{01}\right)} = \boldsymbol{H}_{p(L)}
$$

其中：

- H_q代表加权算数平均数量指数； H_p代表加权算数平均质量指数； (L)代表拉氏计算方法。
- k_q表示个体数量指数； k_p表示个体质量指数。
- 0表示基期水平； 1表示报告期水平； $i \in (1, 2, \cdots, n)$表示商品。
- $\boldsymbol{f}_{10} = q_{0i}p_{1i}$表示权重

加权指数：加权调和平均指数G（帕氏数量）

$$
\begin{aligned}
I_{q(P)} &= \frac{\sum_{i=1}^{n}(q_{1i}p_{1i})}{\sum_{i=1}^{n}(q_{0i}p_{1i})} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{n}(q_{1i}p_{1i})}{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{q_{0i}}{q_{1i}}\right)\cdot(q_{1i}p_{1i})\right]} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{n} f_{11}}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{k_{q_i}}\cdot f_{11}\right)} = A_{q(P)}
\end{aligned}
$$

其中：

- H_q代表加权算数平均数量指数； H_p代表加权算数平均质量指数； (P)代表帕氏计算方法。
- k_q表示个体数量指数； k_p表示个体质量指数。
- 0表示基期水平； 1表示报告期水平； $i \in (1, 2, \cdots, n)$表示商品。
- $f_{11} = q_{1i}p_{1i}$表示权重

加权指数：加权调和平均指数H（帕氏质量）

$$
\boldsymbol{I_{p(P)}} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q_{1i}p_{1i}})}{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q_{1i}p_{0i}})}
= \frac{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q_{1i}p_{1i}})}{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\boldsymbol{p_{0i}}}{\boldsymbol{p_{1i}}}\right)\cdot(\boldsymbol{q_{1i}p_{1i}})\right]}
= \frac{\sum \boldsymbol{f_{11}}}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\boldsymbol{k_{p_i}}}\cdot \boldsymbol{f_{11}}\right)} = \boldsymbol{H_{p(P)}}
$$

其中：

- H_q代表加权调和平均数量指数； H_p代表加权调和平均质量指数； (P)代表帕氏计算方法。
- k_q表示个体数量指数； k_p表示个体质量指数。
- 0表示基期水平； 1表示报告期水平； $i \in (1,2,\cdots,n)$表示商品。
- $\boldsymbol{f_{11}} = q_{1i}p_{1i}$表示权重

加权指数：加权调和平均指数（小结）

基于个体指数计算加权调和平均指数的情形

计算类别	指数类别	序号	公式代号	个体指数k	权重f
加权调和	数量指数	E	$H_q(L)$	k_q	f_{10}
加权调和	质量指数	F	$H_P(L)$	k_p	f_{01}
加权调和	数量指数	G	$H_q(P)$	k_q	f_{11}
加权调和	质量指数	H	$H_p(P)$	k_p	f_{11}

其中：

- H_q代表加权调和平均数量指数； H_p代表加权调和平均质量指数； (L)代表拉氏计算方法； (P)代表帕氏计算方法。
- k_q表示个体数量指数； k_p表示个体质量指数。
- 0表示基期水平； 1表示报告期水平； $i \in (1, 2, \cdots, n)$表示商品。
- 权重 $f_{00}, f_{01}, f_{11}, f_{10}$。例如 $f_{10} = q_{1i}p_{0i}$。

（案例）情景E：基于个体产量指数计算拉氏数量指数(数据)

案例E说明：某企业生产三种不同的产品，并记录了 q_1p_0和个体产量指数 k_q如下表所示。

案例情景E（数据表）

产品名称	单位	q_1p_0	个体产量指数k_q
甲	吨	7,200,000	1.20
乙	千米	1,512,000	1.05
丙	千块	20,000	1.25

请分析并计算由于产品产量变动，带来的企业总产值变动的指数？

(案例)情景6：基于个体产量指数计算拉氏数量指数(解答)

案例E解答：因为案例仅仅给出了报告期产值 q_1p_0和个体产量指数 k_q，因此需要使用拉氏调和算数平均数量指数公式 $H_q(L)$。

产品名称	单位	$f_{10}=q_1p_0$	个体产量指数k_q	f_{10}/k_q
甲	吨	7,200,000	1.20	6,000,000
乙	千米	1,512,000	1.05	1,440,000
丙	千块	20,000	1.25	16,000
合计	-	8,732,000	NA	7,456,000

$$\boldsymbol{H}_{q(L)}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q}_{1i}\boldsymbol{p}_{0i})}{\sum\limits_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\boldsymbol{q}_{0i}}{\boldsymbol{q}_{1i}}\right)\cdot(\boldsymbol{q}_{1i}\boldsymbol{p}_{0i})\right]}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\boldsymbol{f}_{10}}{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\boldsymbol{k}_{q_i}}\cdot\boldsymbol{f}_{10}\right)}=\frac{8732000}{7456000}=1.1711=117.11\%$$

因为产品产量增加，使得产值增加了117.11%，实现了产值增加额

$$\Delta_q(L)=8732000-7456000=1276000$$

案例F说明：某企业生产三种不同的产品，并记录了 q_0p_1和个体价格指数 k_p如下表所示。

案例情景9（数据表）

产品名称	单位	q_0p_1	个体价格指数k_p
甲	吨	6, 600, 000	1. 10
乙	千米	1, 600, 000	1. 11
丙	千块	16, 000	1. 00

请分析并计算由于产品价格变动，带来的企业总产值变动的指数？

案例F解答：因为案例仅仅给出了报告期产值 q_0p_1和个体产量指数 k_p，因此需要使用拉氏加权算数平均质量指数公式 $A_p(L)$。

产品名称	单位	$f_{01}=q_0p_1$	个体价格指数k_p	f_{01}/k_p
甲	吨	6,600,000	1.10	6,000,000
乙	千米	1,600,000	1.11	1,440,000
丙	千块	16,000	1.00	16,000
合计	-	8,216,000	NA	7,456,000

$$\boldsymbol{H}_{p(L)}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{1i})}{\sum\limits_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\boldsymbol{p}_{0i}}{\boldsymbol{p}_{1i}}\right)\cdot(\boldsymbol{q}_{0i}\boldsymbol{p}_{1i})\right]}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\boldsymbol{f}_{01}}{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\boldsymbol{k}_{p_i}}\cdot\boldsymbol{f}_{01}\right)}=\frac{8216000}{7456000}=1.1019=110.19\%$$

因为产品出厂价格变动，使得产值增加了110.19%，实现了产值增加额

$\Delta_p(L)=8216000-7456000=760000$

（案例）情景G：基于个体产量指数计算帕氏数量指数(数据)

案例G说明：某企业生产三种不同的产品，记录了 q_1p_1和个体产量指数 k_q如下表所示。

案例情景G（数据表）

产品名称	单位	报告期总产值q_1p_1	个体产量指数k_q
甲	吨	7,920,000	1.20
乙	千米	1,680,000	1.05
丙	千块	20,000	1.25

请分析并计算由于产品产量变动，带来的企业总产值变动的指数？

（案例）情景G：基于个体产量指数计算帕氏数量指数(解答)

案例G解答：因为案例仅仅给出了 q_1p_1和个体产量指数 k_q，因此需要使用帕氏加权调和平均数量指数公式 $H_q(P)$。

产品名称	单位	$f_{11}=q_1p_1$	个体产量指数k_q	f_{11}/k_q
甲	吨	7,920,000	1.20	6,600,000
乙	千米	1,680,000	1.05	1,600,000
丙	千块	20,000	1.25	16,000
合计	-	9,620,000	NA	8,216,000

$$\boldsymbol{A_{q(P)}}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q_{1i}p_{1i}})}{\sum_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\boldsymbol{q_{0i}}}{\boldsymbol{q_{1i}}}\right)\cdot(\boldsymbol{q_{1i}p_{1i}})\right]}=\frac{\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{f_{11}}}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\boldsymbol{k_{q_i}}}\cdot\boldsymbol{f_{11}}\right)}=\frac{9620000}{8216000}=1.1709=117.09\%$$

因为产品产量增加，使得产值增加了117.09%，实现了产值增加额

$\Delta_q(P)=9620000-8216000=1404000$

(案例)情景H：基于个体价格指数计算帕氏质量指数(数据)

案例H说明：某企业生产三种不同的产品，报告期产值 q_1p_1和个体价格指数 k_p 如下表所示。

案例情景H(数据表)

产品名称	单位	报告期总产值q_1p_1	个体价格指数k_p
甲	吨	7, 920, 000	1. 10
乙	千米	1, 680, 000	1. 11
丙	千块	20, 000	1. 00

请分析并计算由于产品价格变动，带来的企业总产值变动的指数？

(案例)情景H：基于个体价格指数计算帕氏质量指数(解答)

案例H解答：因为案例仅仅给出了报告期产值 q_1p_1和个体产量指数 k_p，因此需要使用帕氏加权调和平均质量指数公式 $H_p(P)$。

产品名称	单位	$f_{11}=q_1p_1$	个体价格指数k_p	f_{11}/k_p
甲	吨	7,920,000	1.10	7,200,000
乙	千米	1,680,000	1.11	1,512,000
丙	千块	20,000	1.00	20,000
合计	-	9,620,000	NA	8,732,000

$$\boldsymbol{H_{p(P)}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n}(\boldsymbol{q_{1i}p_{1i}})}{\sum\limits_{i=1}^{n}\left[\left(\frac{\boldsymbol{p_{0i}}}{\boldsymbol{p_{1i}}}\right)\cdot(\boldsymbol{q_{1i}p_{1i}})\right]} = \frac{\sum \boldsymbol{f_{11}}}{\sum\limits_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{\boldsymbol{k_{p_i}}}\cdot \boldsymbol{f_{11}}\right)} = \frac{9620000}{8732000} = 1.1017 = 110.17\%$$

因为产品出厂价格变动，使得产值增加了110.17%，实现了产值增加额

$\Delta_p(P) = 9620000 - 8732000 = 888000$

加权指数：公式总结

基于个体指数计算加权平均指数的情形

计算类别	指数类别	序号	公式代号	个体指数k	权重f
加权算数	数量指数	A	$A_q(L)$	k_q	f_{00}
加权算数	质量指数	B	$A_P(L)$	k_p	f_{00}
加权算数	数量指数	C	$A_q(P)$	k_q	f_{01}
加权算数	质量指数	D	$A_p(P)$	k_p	f_{10}
加权调和	数量指数	E	$H_q(L)$	k_q	f_{10}
加权调和	质量指数	F	$H_P(L)$	k_p	f_{01}
加权调和	数量指数	G	$H_q(P)$	k_q	f_{11}
加权调和	质量指数	H	$H_p(P)$	k_p	f_{11}

7.3 指数体系

概念和应用

总量指数体系变动分析

平均数指数体系变动分析

概念和应用

指数体系：统计上把这些互相联系的指数所构成的体系，叫做指数体系。

指数体系的应用：

- 指数体系是因素分析法的基础。
- 利用指数体系，还可进行指数因素之间的互相换算。

总变动指数=因素指数的乘积，例如：

- 商品销售额=商品价格 × 商品销售量
- 生产费用支出额=单位成本 × 产品产量

- 商品销售额指数=商品价格指数 × 商品销售量指数
- 生产费用支出额指数=单位成本指数 × 产品产量指数

总量指数体系变动分析：两因素分析

两因素的相对数关系分析：

$$K_{qp} = K_q \times K_p$$

$$K_{qp} = I_{q(L)} \times I_{p(P)}$$

$$\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} q_{1i}p_{1i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} q_{0i}p_{0i}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} q_{1i}p_{0i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} q_{0i}p_{0i}} \times \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} q_{1i}p_{1i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} q_{1i}p_{0i}}$$

两因素的绝对额关系分析：

$$\left(\sum_{i=1}^{n} q_{1i}p_{1i} - \sum_{i=1}^{n} q_{0i}p_{0i}\right) = \left(\sum_{i=1}^{n} q_{1i}p_{0i} - \sum_{i=1}^{n} q_{0i}p_{0i}\right) + \left(\sum_{i=1}^{n} q_{1i}p_{1i} \sum_{i=1}^{n} q_{1i}p_{0i}\right)$$

案例说明：某企业生产三种不同的产品，报告期和基期的产量和出厂价格如下表所示。

案例数据表

产品名称	单位	产量q_0	产量q_1	价格p_0	价格p_1
甲	吨	3,000	3,600	2,000	2,200
乙	千米	400	420	3,600	4,000
丙	千块	4	5	4,000	4,000
合计	-				

请合理使用指数公式，对总产值变动进行两因素（产量和出厂价格）的变动分析。

根据前述数据表，我们可以得到如下计算表：

产品	单位	产量q_0	产量q_1	价格p_0	价格p_1	q_1p_1	q_0p_0	q_1p_0	q_0p_1
甲	吨	3,000	3,600	2,000	2,200	7,920,000	6,000,000	7,200,000	6,600,000
乙	千米	400	420	3,600	4,000	1,680,000	1,440,000	1,512,000	1,600,000
丙	千块	4	5	4,000	4,000	20,000	16,000	20,000	16,000
合计	-					9,620,000	7,456,000	8,732,000	8,216,000

（案例）两因素变动分析：相对数分析

两因素的相对数关系分析中，我们将使用拉氏数量指数+帕氏质量指数分别进行产量和价格变动分析：

步骤1：确定分解公式

$$
\begin{aligned}
K_{qp} &= K_q \times K_p \\
K_{qp} &= I_{q(L)} \times I_{p(P)}
\end{aligned}
$$

步骤2：计算总指数和分解指数

$$K_{qp}=\frac{\sum_{i=1}^{n} q_{1i}p_{1i}}{\sum_{i=1}^{n} q_{0i}p_{0i}}=\frac{9620000}{7456000}=1.2902=129.02\%$$

$$I_{q(L)}=\frac{\sum_{i=1}^{n} q_{1i}p_{0i}}{\sum_{i=1}^{n} q_{0i}p_{0i}}=\frac{8732000}{7456000}=1.1711=117.11\%$$

$$I_{p(P)}=\frac{\sum_{i=1}^{n} q_{1i}p_{1i}}{\sum_{i=1}^{n} q_{1i}p_{0i}}=\frac{9620000}{8732000}=1.1017=110.17\%$$

步骤3:相对数变动分解

$$K_{qp} = I_{q(L)} \times I_{p(P)}$$
$$129.02\% = 117.11\% \times 110.17\%$$

（案例）两因素变动分析：绝对数分析

步骤4：与之相对应，两因素的绝对额关系分析结果如下：

$$
\left(\sum_{i=1}^{n} q_{1i}p_{1i} - \sum_{i=1}^{n} q_{0i}p_{0i}\right) = \left(\sum_{i=1}^{n} q_{1i}p_{0i} - \sum_{i=1}^{n} q_{0i}p_{0i}\right) + \left(\sum_{i=1}^{n} q_{1i}p_{1i} \sum_{i=1}^{n} q_{1i}p_{0i}\right)
$$

$$
(9620000 - 7456000) = (8732000 - 7456000) + (9620000 - 8732000)
$$

$$
(2164000) = (1276000) + (888000)
$$

总产值变动额为2164000，其中因为产量因素引起的产值变动额为1276000，因为出厂价格因素引起的产值变动额为888000。

多因素分析体系变动分析的基本原则：

- 把影响复杂总体变动的各个因素，按照数量指标在前，质量指标在后的顺序进行排列。
- 当分析某一因素对复杂总体变动的影响时，未被分析的后面诸因素要固定在基期水平，而已被分析过的前面诸因素，则要固定在报告期水平。
- 两个相邻的指标相乘必须具有实际经济意义

> 初始变量关系：
>
> - 工业产品原材料支出额=单位产品原材料消耗×产品数量×原材料单价
>
> 经排列后为：
>
> - 工业产品原材料支出额=产品数量q×单耗m×单价p

多因素分析体系变动分析的“连锁替代法”：

> 两因素变量情形：
> - 总产值=工人人数×工人劳动生产率
>
> 多因素变量情形：
> - 总产值=(A)工人人数 × (B)时劳动生产率× (C)平均每日工作时长×(D)平均每月工作天数

$$K_{ABCD} = K_A * K_B * K_C * K_D$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} A_1B_1C_1D_1}{\sum_{i=1}^{n} A_0B_0C_0D_0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} A_1B_0C_0D_0}{\sum_{i=1}^{n} A_0B_0C_0D_0} \times \frac{\sum_{i=1}^{n} A_1B_1C_0D_0}{\sum_{i=1}^{n} A_1B_0C_0D_0} \times \frac{\sum_{i=1}^{n} A_1B_1C_1D_0}{\sum_{i=1}^{n} A_1B_1C_0D_0} \times \frac{\sum_{i=1}^{n} A_1B_1C_1D_1}{\sum_{i=1}^{n} A_1B_1C_1D_0}$$

（案例）多因素变动分析：数据表

案例说明：某企业基期、报告期产量（件）、单耗和单价（元）情况表如下，请对该企业的材料总支出的变动进行多因素分析。

案例数据表

产品	单位	产量q_0	产量q_1	单耗m_0	单耗m_1	价格p_0	价格p_1
甲	吨	11	10	10	9.6	4.0	4.8
乙	千米	10	12	8	7.5	4.2	4.2
丙	千块	4	5	3	3.5	5.0	4.4

根据多因素变动分析“连锁替代”方法，我们可以首先得到如下计算表：

案例数据表

产品	单位	q_0	q_1	m_0	m_1	p_0	p_1	$q_0m_0p_0$	$q_1m_0p_0$	$q_1m_1p_0$	$q_1m_1p_1$
甲	吨	11	10	10	9.6	4.0	4.8	440	400	384	461
乙	千米	10	12	8	7.5	4.2	4.2	336	403	378	378
丙	千块	4	5	3	3.5	5.0	4.4	60	75	88	77
合计	-							836	878	850	916

（案例）多因素变动分析：确定计算公式

步骤1：根据多因素变动分析“连锁替代”公式，建立如下的因素分析指标体系：

$$K_{qmp} = K_q * K_m * K_p$$

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 m_1 p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_0 m_0 p_0} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 m_0 p_0}{\sum_{i=1}^{n} q_0 m_0 p_0} \times \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 m_1 p_0}{\sum_{i=1}^{n} q_1 m_0 p_0} \times \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 m_1 p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_1 m_1 p_0}$$

下面分别进行总变动和因素变动的指数计算和分析。

步骤2：对材料支出额总指数变动进行相对数和绝对数分析

$$K_{qmp} = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 m_1 p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_0 m_0 p_0} = \frac{915.8}{836} = 1.0955 = 109.55\%$$

因为产品产量、单耗和价格的变动，使得总支出变动了109.55%，实现了总支出变动额 $\Delta = 915.8 - 836 = 79.8$

（案例）多因素变动分析：产量变动分析

步骤3：产量变动对材料支出额的影响，进行相对数和绝对数分析

$$K_q = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 m_0 p_0}{\sum_{i=1}^{n} q_0 m_0 p_0} = \frac{878.2}{836} = 1.0505 = 105.05\%$$

因为产品产量的变动，使得总支出变动了105.05%，实现了总支出变动额

$\Delta_q = 878.2 - 836 = 42.2$

（案例）多因素变动分析：单耗变动分析

步骤4：单耗变动对材料支出额的影响，进行相对数和绝对数分析

$$K_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 m_1 p_0}{\sum_{i=1}^{n} q_1 m_0 p_0} = \frac{849.5}{878.2} = 0.9673 = 96.73\%$$

因为产品单耗的变动，使得总支出变动了96.73%，实现了总支出变动额

$\Delta_m = 849.5 - 878.2 = -28.7$

步骤5：价格变动对材料支出额的影响，进行相对数和绝对数分析

$$K_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} q_1 m_1 p_1}{\sum_{i=1}^{n} q_1 m_1 p_0} = \frac{915.8}{849.5} = 1.0780 = 107.80\%$$

因为产品单耗的变动，使得总支出变动了107.80%，实现了总支出变动额

$\Delta_p = 915.8 - 849.5 = 66.3$

(案例)多因素变动分析:汇总分析

相对数变动分析:

$$K_{qmp} = K_q * K_m * K_p$$
$$109.55\% = 105.05\% \times 96.73\% \times 107.80\%$$

绝对数变动分析:

$$\begin{aligned}\left(\sum_{i=1}^{n} q_1 m_1 p_1 - \sum_{i=1}^{n} q_0 m_0 p_0\right) &= \left(\sum_{i=1}^{n} q_1 m_0 p_0 - \sum_{i=1}^{n} q_0 m_0 p_0\right) \\ &+ \left(\sum_{i=1}^{n} q_1 m_1 p_0 - \sum_{i=1}^{n} q_1 m_0 p_0\right) \\ &+ \left(\sum_{i=1}^{n} q_1 m_1 p_1 - \sum_{i=1}^{n} q_1 m_1 p_0\right)\end{aligned}$$
$$79.80 = 42.20 + (-28.70) + 66.30$$

平均数指数体系变动分析：平均数

平均数指数：是两个平均数直接对比形成的指数。

平均数的大小受两个因素影响：

- 各组水平 $\overline{X_i}$
- 各组结构 f_i

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(f_i X_i)}{\sum_{i=1}^{n} f_i} = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i} \cdot X_i\right)$$

总变动的因素分解指数公式：

$$I_{Xf} = I_f \times I_X$$

其中，总变动指数：

$$I_{Xf} = \frac{\overline{X}_1}{\overline{X}_0} = \left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} f_{1i} X_{1i}}{\sum\limits_{i=1i}^{n} f_{1i}} \right) \Bigg/ \left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} f_{0i} X_{0i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} f_{0i}} \right)$$

总变动的因素分解指数公式：

$$I_{Xf} = I_f \times I_X$$

其中，结构变动指数：

$$I_f = \frac{\overline{X}_n}{\overline{X}_0} = \left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} f_{1i} X_{0i}}{\sum\limits_{i=1i}^{n} f_{1i}} \right) \Bigg/ \left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} f_{0i} X_{0i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} f_{0i}} \right)$$

平均数指数体系变动分析：因素分解

总变动的因素分解指数公式：

$$I_{Xf} = I_f \times I_X$$

其中，组水平变动指数：

$$I_X = \frac{\overline{X}_1}{\overline{X}_n} = \left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} f_{1i} X_{1i}}{\sum\limits_{i=1i}^{n} f_{1i}} \right) \Bigg/ \left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} f_{1i} X_{0i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} f_{1i}} \right)$$

(案例)平均数指数变动分析：数据表

案例说明：某地区生产同一产品的三个不同企业的职工人数 f（百人）和劳动生产率 X（万元/人）和资料如下表，请对人均劳动生产率进行因素变动分析。

案例数据表

产品	人数f_0	人数f_1	生产率X_0	生产率X_1
一厂	25	20	2.0	2.2
二厂	50	50	2.5	2.5
三厂	25	40	2.8	3.0

案例解答:工厂人数和劳动生产率会引发企业整体人均劳动生产率的变动,因此需要使用平均数指数分解,来对人均劳动生产率进行因素变动分析。首先得到如下 计算表:

产品	人数f_0	人数f_1	生产率X_0	生产率X_1	f_0X_0	f_1X_1	f_1X_0
一厂	25	20	2.0	2.2	50	44	40
二厂	50	50	2.5	2.5	125	125	125
三厂	25	40	2.8	3.0	70	120	112
合计	100	110			245	289	277

步骤1：根据平均数指数体系变动分析公式，建立如下的因素分析指标体系：

$$I_{Xf} = I_f \times I_X$$

$$\frac{\overline{X}_1}{\overline{X}_0} = \left(\frac{\overline{X}_n}{\overline{X}_0}\right) \times \left(\frac{\overline{X}_1}{\overline{X}_n}\right)$$

（案例）平均数指数变动分析：总变动分析

步骤2：对整个企业人均劳动生产率总指数变动进行相对数和绝对数分析。

其中，总变动指数：

$$
\begin{aligned}
I_{Xf} = \frac{\overline{X}_1}{\overline{X}_0} &= \left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} f_{1i} X_{1i}}{\sum\limits_{i=1i}^{n} f_{1i}} \right) \Bigg/ \left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} f_{0i} X_{0i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} f_{0i}} \right) \\
&= \left(\frac{289}{110} \right) \Bigg/ \left(\frac{245}{100} \right) \\
&= 2.6273/2.4500 = 1.0724 = 107.24\%
\end{aligned}
$$

因为职工人数、劳动生产率的变动，使得整个企业人均劳动生产率变动了107.24%，实现了人均劳动生产率变动绝对数

$\Delta = \overline{X}_1 - \overline{X}_0 = 2.6273 - 2.4500 = 0.1773$

步骤3：职工人数结构对整个企业人均劳动生产率的影响，进行相对数和绝对数分析

其中，职工人数的结构变动指数：

$$I_f=\frac{\overline{X}_n}{\overline{X}_0}=\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} f_{1i}X_{0i}}{\sum_{i=1i}^{n} f_{1i}}\right)\Bigg/\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} f_{0i}X_{0i}}{\sum_{i=1}^{n} f_{0i}}\right)$$

$$=\left(\frac{277}{110}\right)\Bigg/\left(\frac{245}{100}\right)$$

$$=2.5182/2.4500=1.0278=102.78\%$$

因为职工人数结构的变动，使得整个企业人均劳动生产率变动了102.78%，实现了人均劳动生产率变动绝对数 $\Delta=\overline{X}_n-\overline{X}_0=2.5182-2.4500=0.0682$

（案例）平均数指数变动分析：劳动生产率变动分析

步骤4：各厂劳动生产率对整个企业人均劳动生产率的影响，进行相对数和绝对数分析。其中，各厂劳动生产率的组水平变动指数：

$$I_X = \frac{\overline{X}_1}{\overline{X}_n} = \left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} f_{1i} X_{1i}}{\sum\limits_{i=1i}^{n} f_{1i}} \right) \Bigg/ \left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} f_{1i} X_{0i}}{\sum\limits_{i=1}^{n} f_{1i}} \right)$$

$$= \left(\frac{289}{110} \right) \Bigg/ \left(\frac{277}{110} \right)$$

$$= 2.6273/2.5182 = 1.0433 = 104.33\%$$

因为各厂劳动生产率水平的变动，使得整个企业人均劳动生产率变动了104.33%，实现了人均劳动生产率变动绝对数

$$\Delta = \overline{X}_1 - \overline{X}_n = 2.6273 - 2.5182 = 0.1091$$

相对数变动分析:

$$I_{Xf} = I_f \times I_X$$
$$\frac{\overline{X}_1}{\overline{X}_0} = \left(\frac{\overline{X}_n}{\overline{X}_0}\right) \times \left(\frac{\overline{X}_1}{\overline{X}_n}\right)$$
$$107.24\% = 102.78\% \times 104.33\%$$

绝对数变动分析:

$$\left(\overline{X}_1 - \overline{X}_0\right) = \left(\overline{X}_n - \overline{X}_0\right) + \left(\overline{X}_1 - \overline{X}_n\right)$$
$$(2.6273 - 2.4500) = (2.5182 - 2.4500) + (2.6273 - 2.5182)$$
$$(0.1773) = (0.0682) + (0.1091)$$

7.4 几种典型的指数

零售价格指数

消费价格指数

居民消费价格指数

股票价格指数

零售价格指数：概念和作用

零售价格指数(retailer price index)：是指以现金或信用卡形式支付的零售商品的价格指数。

零售价格指数的意义：

> - 该指数持续上升，可能带来通货膨胀上升的压力，令政府收紧货币供应，利率趋升为该国货币带来利好的支持。

中国的零售价格指数：

- 反映城乡商品零售价格变动趋势的一种经济指数
- 它的变动直接影响到城乡居民的生活支出和国家财政收入
- 是观察和分析经济活动的重要工具之一

我国零售价格指数编制过程

A. 调查地区和调查点的选择（采用分层抽样）：

- 调查地区按经济区域和地区分布合理等原则
- 选出具有代表性的大、中、小城市和县
- 选择经营规模大、商品种类多的上场(包括集市）作为调查点

B. 编制公式（固定权数的平均数指数）：

$$\overline{K}_p = \frac{\sum_{i=1}^{n}(k_{pi} \cdot w_i)}{\sum_{i=1}^{n} k_{pi}}$$

其中： k_{pi}为个体价格指数或价格类指数； w_i为各层次零售额比重。

消费价格指数：概念和特点

消费者价格指数(consumer price index)：是对一个固定的消费品篮子价格的衡量，主要反映消费者支付商品和劳务的价格变化情况。它是一种度量通货膨胀水平的工具，以百分比变化为表达形式，一般简写为CPI。

消费者价格指数的特点：

> - 世界各国普遍编制的一种指数
> - 我国称之为居民消费价格指数
> - 可就城乡分别编制

消费价格指数：作用

消费价格指数的作用主要体现在：

- 反映货币购买力变动

$$\text{货币购买力指数} = \frac{1}{cpi} \times 100\%$$

- 反映对职工实际工资的影响

$$\text{实际工资} = \frac{\text{名义工资}}{cpi}$$

- 用于缩减经济序列* （剔除货币波动效应）

CPI编制过程与零售价格指数类似，它包括一揽子特定商品。

表 14-5　零售价格总指数计算表

商品类别及名称	代表规格品	计量单位	平均价格（元）		权数 W（%）	指数 i（%）	iW（%）
			p_0	p_1			
总指数					100	111.6	11 159.8
一、食品类					38	116.2	4 415.6
1. 粮食					35	105.3	3 685.5
细粮					65	105.6	6 864.0
面粉	标准	kg	2.40	2.52	40	105.0	4 200.0
大米	粳米标一	kg	3.50	3.71	60	106.0	6 360.0
粗粮					35	104.8	3 668.0
2. 副食品					45	125.4	5 643.0
3. 其他食品					20	114.8	2 296.0
二、饮料、烟酒					5	126.0	630.0
三、服装、鞋帽					10	115.2	1 152.0
四、纺织品					3	99.3	297.9
五、家用电器及音像器材					8	94.2	753.6
六、文化办公用品					2	110.4	220.8
七、日用品					11	109.5	1 204.5
八、体育娱乐用品					2	98.1	196.2
九、交通、通信用品					1	91.1	91.1
十、家具					2	97.8	195.6
十一、化妆品					1	98.9	98.9
十二、金银珠宝					3	108.6	325.8
十三、中西药品及医疗保健用品					7	116.4	814.8
十四、书报杂志及电子出版物					2	108.6	217.2
十五、燃料					3	105.6	316.8
十六、建筑材料及五金电料					2	114.5	229.0

(案例)消费者价格指数的计算：数据表

案例说明：某地区发布了2018年9月和10月的食品类消费价格指数统计资料：

2018年9月和10月食品价格统计资料

食品类别	9月价格(元)	10月价格(元)	权数W(%)	指数i(%)
1 粮食			35	d）___
1.1 细粮			65	c）___
1.1.1 面粉	2.84	3.16	40	a）___
1.1.2 大米	4.5	4.82	60	b）___
1.2 粗粮			35	107.6
2 副食品			45	116.2
3 其他食品			20	112.5

请根据上述食品类价格统计资料，（1）计算表中所空缺的a）、b）、c）、d）数值。（2）利用计算结果，进一步计算该地区食品消费价格指数。

案例解答：

（1）个体指数计算公式为： $k_{p_i} = \frac{P_{1,i}}{P_{0,i}}$； 固定权重的加权指数计算公式为：

$i = \frac{\sum k_{p_i} \cdot w_i}{\sum w_i}$。所以可以计算得出：

a） $i_a = k_{p_a} = 100 * \frac{3.16}{2.84} =$ 111.3

b） $i_b = k_{p_b} = 100 * \frac{4.82}{4.5} =$ 107.1

c） $i_c = \frac{\sum k_{p_i} \cdot w_i}{\sum w_i} = \frac{i_a * 40\% + i_b * 60\%}{40\% + 60\%} =$ 108.8

d） $i_d = \frac{\sum k_{p_i} \cdot w_i}{\sum w_i} = \frac{i_c * 65\% + 107.6 * 35\%}{65\% + 35\%} =$ 108.4

案例解答：

（2）固定权重的加权指数计算公式为：

$$i = \frac{\sum k_{p_i} \cdot w_i}{\sum w_i}$$

所以可以计算得出：

$$i_{food} = \frac{\sum k_{p_i} \cdot w_i}{\sum w_i} = \frac{i_d * 35\% + 116.2 * 45\% + 112.5 * 20\%}{35\% + 45\% + 20\%} = 112.7$$

（案例）消费者价格指数平减：工人工资

案例说明：某地区某国有企业的人均工资（元/人）情况如右表所示。

- 为了计算工人实际工资，并且使得各月份的实际工资具有可比较性。请根据上资料，以2018年6月为不变价格进行CPI平减（即以6月CPI为基准水平进行计算），计算1-10月期间工人每月的实际人均工资。

年月	CPI（%，当期值）	工资（元/人，当期值）
2018/1	104.5	3120
2018/2	103.9	3242
2018/3	103.1	3312
2018/4	102.8	3380
2018/5	102.3	3420
2018/6	101.9	3456
2018/7	99.4	3541
2018/8	98.3	3568
2018/9	102.5	3622
2018/10	101.2	3709

分析思路:

第1步:把当期CPI序列(记为 CPI_t, $t \in 1, 2, \ldots, 10$)转换成以2018年6月为基准的CPI序列(记为 $CPI_{6,t}$, $t \in 1, 2, \ldots, 10$),计算公式为

$$CPI_{6,t} = 100 * \frac{CPI_t}{CPI_6}$$

第2步:把当期工资(名义工资)序列(记为 $Wage_t$, $t \in 1, 2, \ldots, 10$)换算成以2018年6月CPI为基准的“实际工资”序列(记为 $Wage_{6,t}$, $t \in 1, 2, \ldots, 10$)。计算公式为

$$Wage_{6,t} = \frac{Wage_t}{CPI_{6,t}}$$

（案例）消费者价格指数平减：分析解答

计算过程：计算过程和结果见下表

年月	CPI（%，当期值）	工资（元/人，当期值）	CPI新序列(%，按6月计)	工资新序列(元/人，按6月计)
2018/1	104.5	3120	102.6	3040.9
2018/2	103.9	3242	102	3178.4
2018/3	103.1	3312	101.2	3272.7
2018/4	102.8	3380	100.9	3349.9
2018/5	102.3	3420	100.4	3406.4
2018/6	101.9	3456	100	3456
2018/7	99.4	3541	97.5	3631.8
2018/8	98.3	3568	96.5	3697.4
2018/9	102.5	3622	100.6	3600.4
2018/10	101.2	3709	99.3	3735.1

生产价格指数：概念和特点

生产者价格指数(Producer Price Index)：衡量制造商和农场主向商店出售商品的价格指数，一般简写为PPI。。

> 它主要反映生产资料的价格变化状况，用于衡量各种商品在不同生产阶段的成本价格变化情况。

生产者价格指数的特点：

- 测量在初级市场上出售的货物的价格变动的一种价格指数
- 根据每种商品在非零售市场上首次交易时的价格计算的
- 生产价格指数的上涨反映了生产者价格的提高，也将反映消费价格和生活费用未来的趋势
- 通常是按月公布

股票价格指数：概念和特点

股票价格指数(stock price index)：反映某一股票市场上多种股票价格变动趋势的一种相对数，简称股价指数。

股票价格指数的特点：

- 其单位一般用“点”(point)表示，即将基期指数作为100，每上升或下降一个单位称为“1点”
- 计算时一般以发行量为权数进行加权综合。其公式为

$$I_p = \frac{\sum_{i=1}^{n}(p_{1i}q_i)}{\sum_{i=1}^{n}(p_{0i}q_i)}$$

股票价格指数：主要证券交易所指数

世界主要证券交易所的股票价格指数

- 美国的道·琼斯指数和标准普尔指数；
- 伦敦金融时报FTSE指数；
- 法兰克福DAX指数；巴黎CAC指数；
- 瑞士的苏黎士SMI指数；
- 日本的日京指数；
- 香港的恒生指数

我国大陆的两个证券交易所

- 上交所的综合指数和180指数
- 深交所的成分股指数和综合指数

本节结束